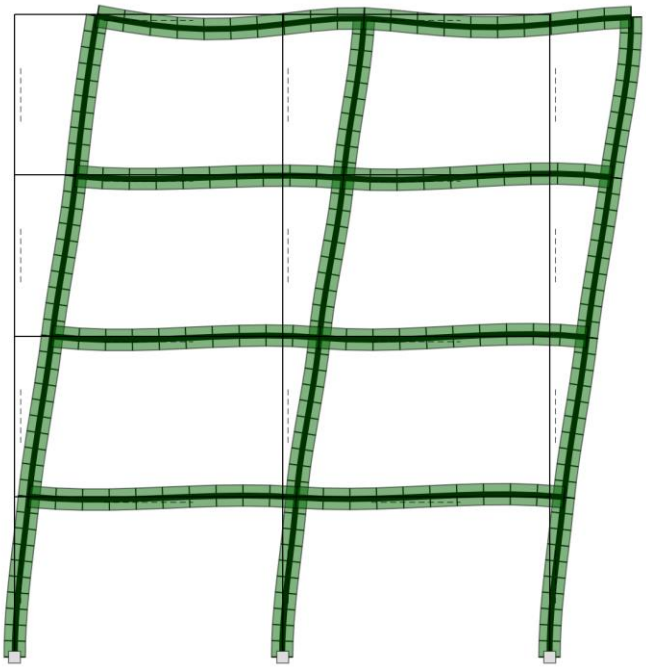
Statikverstehen.de

PWA d2beam

Statische und dynamische Analyse von ebenen Stab- und Fachwerken



23.1.2025

Inhaltsverzeichnis

Übersicht 2
Koordinatensystem und Vorzeichen 2
Gelenke 3
Stäbe 3
Definition der Verformungen beim Timoshenko-Balken: 3
Definition der Vorzeichen bei gedrehten Lagern 4
Lagersymbole 4
Lasten 4
Lastfälle und Kombinationen 5
Dynamik 5
Tab „Grafik“ 5
Tab Pro 5
(Tab •••) - Einstellungen 6
Beispiele 7
Verschieblicher Rahmen 7
Eingabedaten 7
Stab mit Einzellasten und Vorverformung 10
Dynamik, Kragarm mit 2 Knotenmassen 11
Eingabedaten 11
Rahmen mit elastisch-plastischen Koppelfedern 13
Eingabedaten 14
Ergebnisse 15
Installation 16
Fragen und Antworten 17
Literatur 17

© Detlef Rothe 2025

https://statikverstehen.de

Übersicht

Mit dieser Webanwendung können ebene Stab- und Fachwerke mit der Finiten Elemente Methode analysiert werden. Es stehen Berechnungsoptionen für statische und dynamische Analysen zur Verfügung.

Statische Berechnungen können nach Theorie I. und II. Ordnung berechnet werden. Bei dynamischen Berechnungen können zur Zeit Eigenwerte und Eigenformen bestimmt werden.

Das Stabelement mit Namen d2beam kann Schubverformungen nach der Theorie von Timoshenko berücksichtigen. Der Fachwerkstab ist ein klassisches 2-Knoten Element. Für Berechnungen nach der Theorie I. Ordnung entsprechen die verwendeten Formfunktionen der Lösung, die man nach Lösen der Differentialgleichung erhält. Alternativ können die Formfunktionen auch über den Ansatz eines 4-knotigen geraden Biegestabs gewonnen werden, dessen innere Knoten nachträglich kondensiert werden [1]. Für Berechnungen nach Theorie I. Ordnung entsprechen die Elementmatrizen der Lösung, die man auch mit der Differentialgleichung für den Timoshenko Balken erhält. Die Ergebnisse sind daher in diesem Fall exakt.

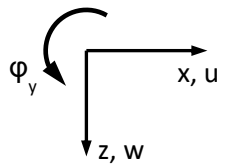
Für Berechnungen nach Theorie II. Ordnung werden die gleichen Formfunktionen verwendet. Deshalb sind die Lösungen Näherungen und es sind in Abhängigkeit von der Größe der Stabnormalkraft Stabteilungen erforderlich.

Die verwendeten Bezeichnungen basieren im Wesentlichen auf [1], [2], [3], [4].

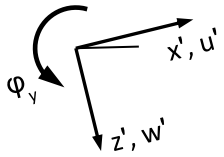
Weitere Eigenschaften des Programms:

- Der Querschnitt der Stäbe ist elementweise konstant
- Die Stäbe können Momenten-, Querkraft- und Normalkraftgelenke an den Enden haben
- Translations- und Drehfedern für Lager
- Die Lager können beliebige Winkel zum globalen Koordinatensystem haben
- Knotenvorverformungen
- Koppelfedern mit elastischem und elastisch-plastischem Materialverhalten

Koordinatensystem und Vorzeichen

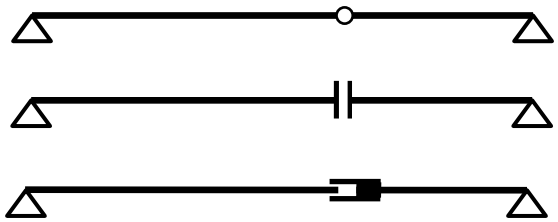


globales Koordinatensystem



Koordinatensystem bei gedrehtem Lager

Gelenke



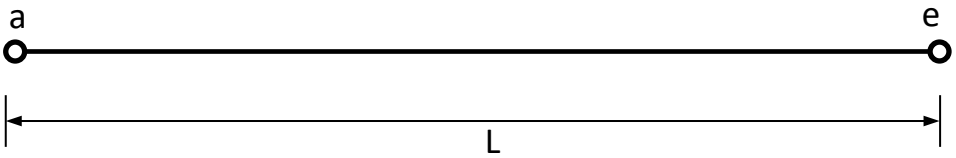
Momentengelenk

Querkraftgelenk

Normalkraftgelenk

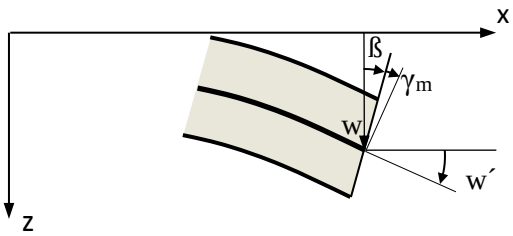
Stäbe

Timoshenko-Element mit Gelenken und starren Enden (Typ 0)



Fachwerkstab (Typ 1)

Definition der Verformungen beim Timoshenko-Balken:

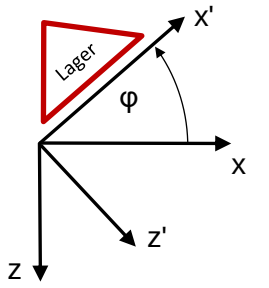


Rotation der Querschnittsebene

$$ß = w' - \gamma_m$$

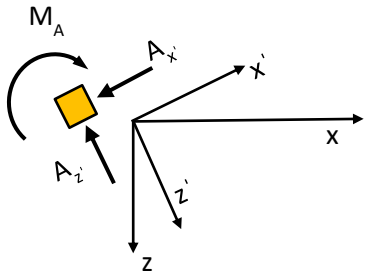
mit $\gamma_m = \frac{V}{G \cdot \kappa \cdot A}$

Definition der Vorzeichen bei gedrehten Lagern



gedrehtes Lager

Vorzeichen Lager



Lagersymbole

a b c d e f

Symbole der Lager, von links nach rechts
a) festes Lager, u=w=0
b) horizontal verschiebliches Lager, w=0
c) Einspannung, u=w=φ=0
d) horizontal verschieblich plus Einspannung, w=φ=0
e) vertikal verschieblich plus Einspannung, u=φ=0
f) nur Einspannung, φ=0

Lasten

Folgende Lasten sind möglich:

- Knotenkräfte und-momente
- Trapezstreckenlasten auf Elemente, in lokaler und globaler Richtung, Projektion
- Einzellasten und Momente auf Stab
- Ungleiche Temperaturbelastung
- Zentrische Vorspannung und Spannschloss
- Vorgegebene Knotenverformungen
- Bei Th. II. Ordnung: Stabschiefstellung und Stabkrümmung, Schiefstellung des Systems durch 1. Eigenform

Lastfälle und Kombinationen

Jede Last ist einem Lastfall zuzuordnen. Wenn für einen Querschnitt eine Wichte angegeben wird, wird das Eigengewicht des Stabes automatisch als Lastfall 1 berücksichtigt. Es bietet sich deshalb an, Lastfall 1 für ständige Lasten zu verwenden.

Die Berechnungen nach Th. I. Ordnung und II. Ordnung werden unterschiedlich behandelt. Bei Th. I. Ordnung werden sowohl die Einzellastfälle als auch die Kombinationen berechnet und gespeichert und können somit getrennt ausgewertet werden. Die Definition von Kombinationen ist hier optional.

Bei Th. II. Ordnung werden nur die Kombinationen gerechnet und gespeichert. Es ist mindestens eine Kombination zu definieren.

Die Kombinationsmatrix enthält die Multiplikatoren, mit denen die Lastamplituden der einzelnen Lastfälle multipliziert werden. Ein Wert von 0 bzw. leere Zelle bedeutet, dass der Lastfall in der betrachteten Kombination nicht beteiligt ist. Bei praktischen Aufgaben setzt sich der Multiplikator aus dem Teilsicherheitsfaktor γ und dem Kombinationsbeiwert ψ zusammen. Die Lastwerte in den einzelnen Lastfällen ergeben sich dann aus den charakteristischen Werten.

Dynamik

Die Anzahl der zu berechnenden Eigenwerte kann im Tab Dynamik eingegeben werden, nachdem im Tab „Haupt“ die Berechnungsart „dynamisch“ ausgewählt wurde.

Für die Knoten können Translationsmassen und Massenträgheitsmomente vorgegeben werden Die Translationsmassen werden automatisch für die x- und z-Richtung angesetzt.

Im Tab „Grafik“ gibt es im Controls-Panel einen Unterpunkt Dynamik zur Darstellung der Eigenformen und Massen. Die Eigenformen können animiert werden.

Tab „Grafik“

Das Controls-Panel steuert die grafische Darstellung des Systems und der Ergebnisse. Die meisten Optionen dürften selbsterklärend sein.

Bei Berechnungen nach Theorie II. Ordnung mit Vorverformungen werden unter „Verformungen“ nur die relativen Verformungen dargestellt. Wenn die Gesamtverformung incl. der Vorverformung gewünscht wird, dann ist unter „Optionen“ ein Haken bei Gesamtverformung zu machen.

Im Normalfall werden für Normalkraft und Querkraft die Gleichgewichtsschnittgrößen dargestellt (Schnittgrößen in Richtungen des unverformten Stabes). Wird die Option „Gleichgewicht SG“ abgewählt, dann wird bei Theorie II. Ordnung die Rotation des Querschnitts berücksichtigt und die Nachweisschnittgrößen ausgegeben.

Tab Pro

In dem Tab Pro können Berechnungsoptionen eingestellt werden, die für das aktuelle Projekt gelten. Nach Änderungen ist immer eine Neuberechnung erforderlich.

Zusätzlich können die Elementmatrizen sowie das Gleichungssystem dargestellt werden. Bei Dynamik werden auch die Massematrizen dargestellt. Das aktuell ausgewählte Element wird in blauer Farbe

im Gesamtsystem kenntlich gemacht. Hinweis: Die Zuordnung der Gleichungsnummern zu den Knoten und Elementen steht im Tab „Ergebnisse“.

Wichtig: zur Speicheroptimierung wird bei Th. I. Ordnung nur der zuletzt gerechnete Lastfall (das ist die größte Lastfallnummer) bzw. bei Th. II. Ordnung die letzte Kombination dargestellt.

(Tab •••) - Einstellungen

Der Anwender kann in diesem Tab die Schriftgröße seinen persönlichen Präferenzen anpassen.

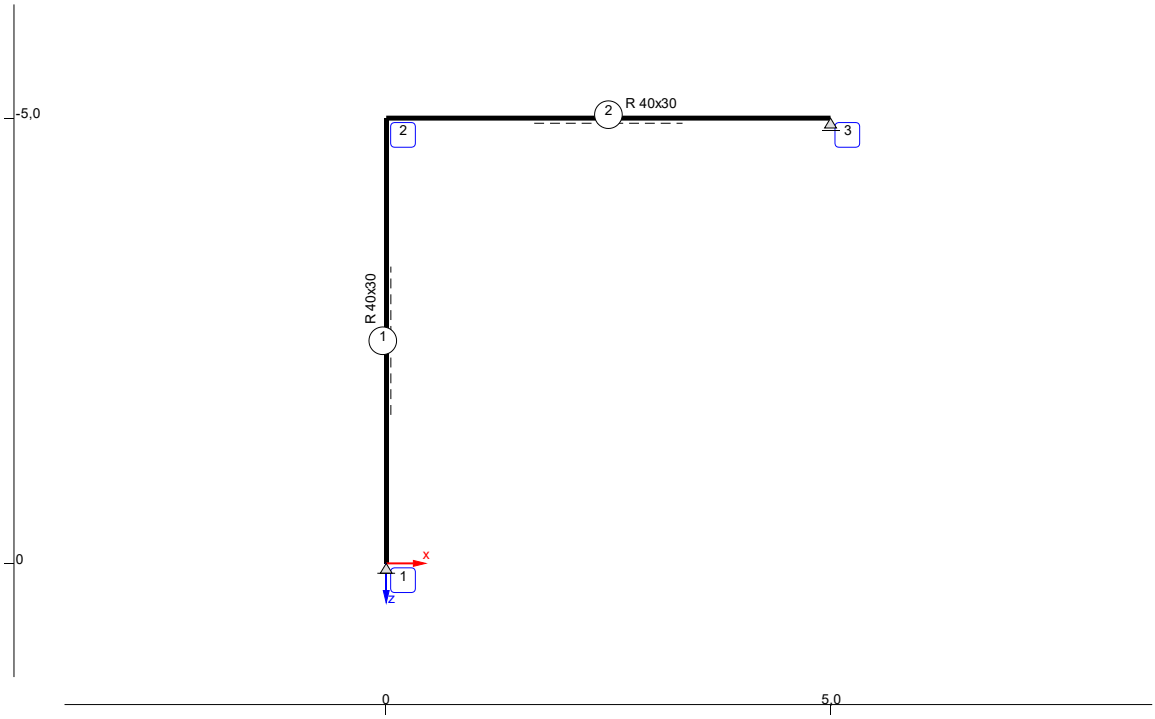
Für Touchscreens kann die Selektion von Zellen in den Tabellen für Kopier- und Generierungsaufgaben global aktiviert oder deaktiviert werden. Die Selektion mit der Maus geht immer, ausgelöst wird sie durch einen Rechtsklick.

Die gewählten Einstellungen wirken zuerst nur für die aktuelle Sitzung, können aber auch über den Button „Auswahl als Standardwerte im Browser speichern“ permanent als Standardwerte im lokalen Speicher des Browsers gespeichert werden. Das Löschen ist mit dem darunterliegenden Button möglich.

Beispiele

Verschieblicher Rahmen

Dieses Beispiel wird beim Programmstart automatisch geladen. Das System wird im Lastfall 1 durch 2 Knotenlasten im Knoten 2 belastet, im Lastfall 2 durch eine konstante Streckenlast von 5 kN/m auf Stab 2 in z-Richtung.



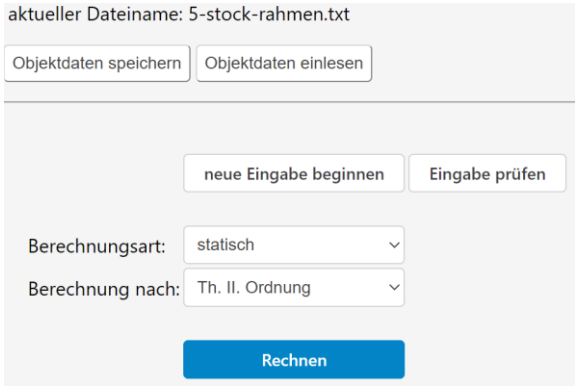
Eingabedaten

Tab „**Haupt**“

Eine Neuberechnung erforderlich , wenn der Rechnen-Button blau eingefärbt ist.

In diesem Tab kann ein bereits gespeichertes Projekt eingelesen oder ein eingegebenes Projekt im Dateisystem gespeichert werden. Die Sandbox des Browsers erlaubt es nicht, dass eingegebene Daten automatisch im Dateisystem gespeichert werden (Sicherheit). Es ist immer eine Benutzeraktion erforderlich (Klick auf eine Schaltfläche). Bei mobilen Betriebssystemen (Android und iOS) und Apple macOS entspricht das Speichern immer einem Download.

Eine neue Eingabe wird durch Anklicken der Schaltfläche „Neue Eingabe beginnen“ gestartet. Dabei werden bestehende Eingaben in den Tabellen gelöscht. Mit der Schaltfläche „Eingabe prüfen“ können bereits eingegebene Daten im Register „Grafik“ ohne Berechnung überprüft werden.

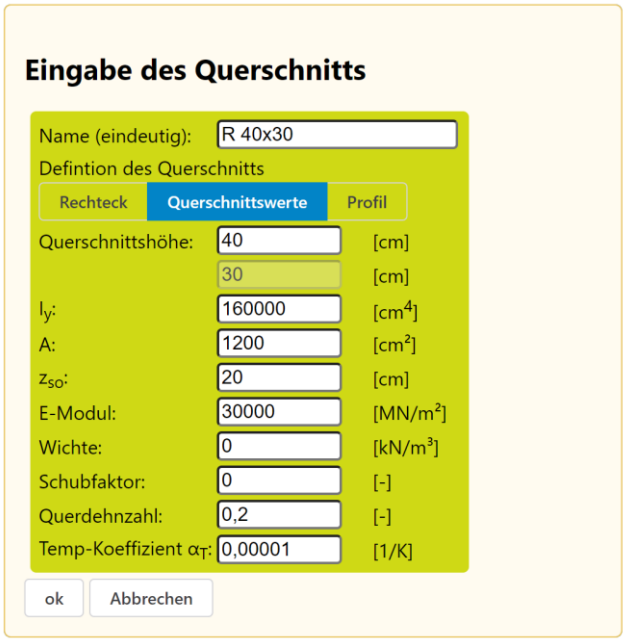


Tab „**Querschnitt**“

Jedem Stab muss ein Querschnitt zugewiesen werden. Dies geschieht über den Querschnittsdialog. Es können beliebig viele Querschnitte definiert werden.

Wenn ein Wert für die Wichte eingegeben wird, dann wird automatisch das Eigengewicht des Stabes mithilfe der Querschnittsfläche berechnet und als Lastfall 1 berücksichtigt.

Wird für den Schubfaktor der Wert 0 eingegeben, dann wird der Balken als schubstarrer Bernoulli-Balken berechnet.



Tab „**Knoten**“

Hier werden die Knotenkoordinaten und die Lagerbedingungen eingegeben. Für eine starre Lagerung ist die Zahl 1 einzugeben. Werte größer 1 werden als elastische Lagerung (Feder) interpretiert.

No	x [m]	z [m]	L_x (kN/m)	L_z (kN/m)	L_φ (kNm/rad)	Winkel [°]
1			1	1		
2		-5				
3	5	-5		1		

Tab „**Elemente**“

In diesem Tab werden die Elemente definiert. Pro Element sind bis zu 3 Gelenkmechanismen möglich, die jeweils mit der Zahl 1 eingegeben werden.

No	Querschnitt	Typ	nod a	nod e	N_a	V_a	M_a	N_e	V_e	M_e	starr a [m]	starr e [m]
1	R 40x30	0	1	2								
2	R 40x30	0	2	3								

Tab „**Knotenlasten**“

No	Knoten	Lastfall	P_x [kN]	P_z [kN]	M_y [kNm]
1	2	1	50	600	

Tabellenblatt „**Elementlasten**“

Lastarten

0 = Trapezstreckenlast senkrecht auf Stab
1 = Trapezstreckenlast in globaler z-Richtung
2 = Trapezstreckenlast in globaler z-Richtung, Projektion
3 = Trapezstreckenlast in globaler x-Richtung
4 = Trapezstreckenlast in globaler x-Richtung, Projektion

p_a = Streckenlast am Stabanfang
p_e = Streckenlast am Stabende

No	Element	Lastfall	Art	p_a [kN/m]	p_e [kN/m]
1	2	2	0	5	5

Tab „**Kombinationen**“

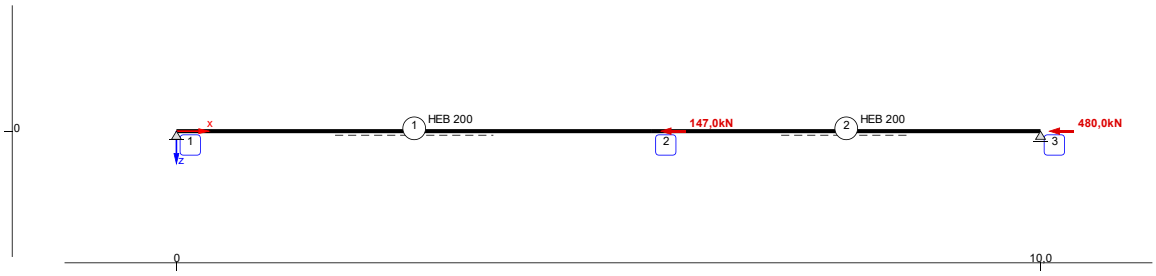
In dieser Tabelle werden die Lastfallkombinationen definiert. Für jede Kombination sind in den Lastfallspalten die Lastfaktoren einzutragen, mit denen die Lasten der Lastfälle zu multiplizieren sind.

Für die Berechnung nach Theorie I. Ordnung sind die Kombinationen optional, da auch die Einzellastfälle berechnet werden. Bei Theorie II. Ordnung werden nur Kombinationen berechnet, daher ist mindestens 1 Kombination zu definieren.

Kombi	Kommentar	Lf 1	Lf 2
1	nur LF 1	1	
2	1*Lf_1 + 2,3*Lf_2	1	2,3

Stab mit Einzellasten und Vorverformung

Das System wird nach Theorie II. Ordnung berechnet. Die Vorverformung beträgt 5cm im Knoten 2 und die Form wird durch die 1. Knickfigur bestimmt. Das Eigengewicht wird vernachlässigt.



Tab „**Knoten**“

No	x [m]	z [m]	L_x (kN/m)	L_z (kN/m)	L_φ (kNm/rad)	Winkel [°]
1			1	1		
2	5,5					
3	10			1		

Tab „**Vorverformungen**“

- Schiefstellung des gesamten Systems mithilfe der ersten Eigenform

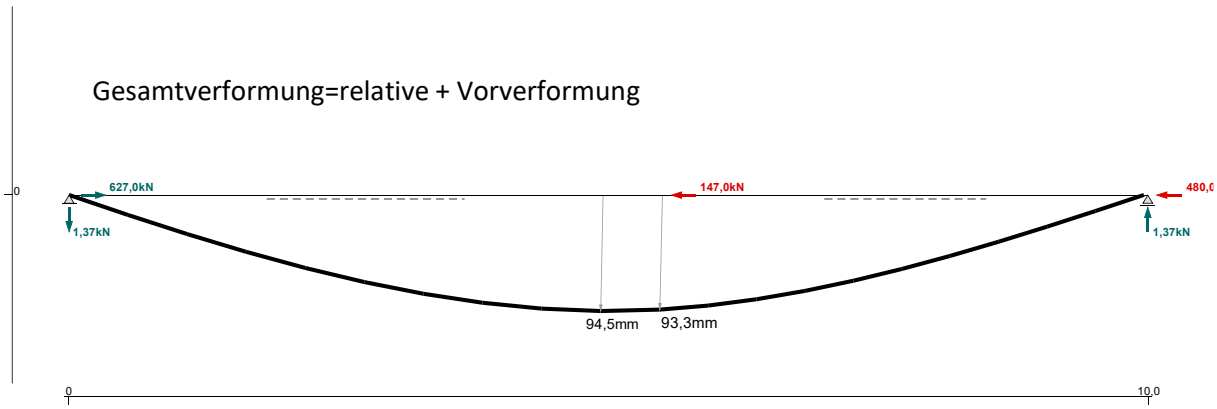
Knoten : 2

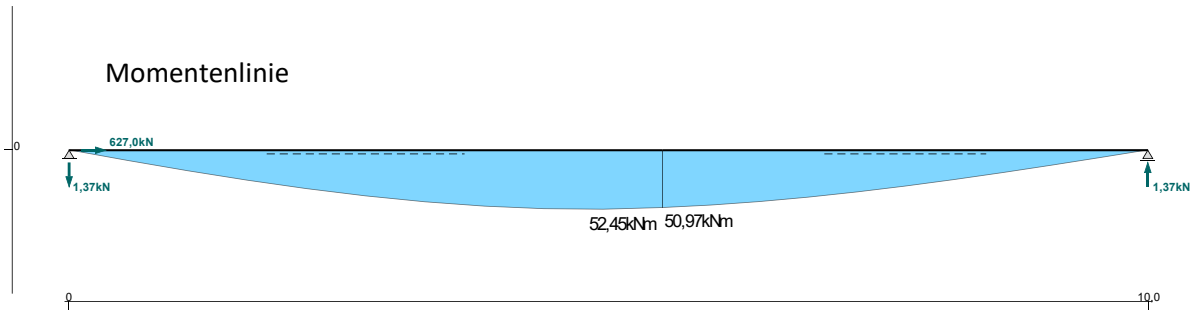
Richtung : z (w)

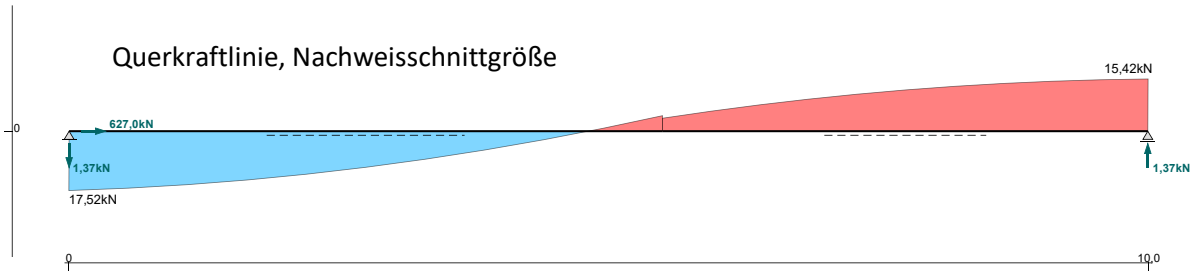
Δ [mm, mrad] : 50

Anzahl Knickfiguren : 1

Tab „**Grafik**“ - Ergebnisse

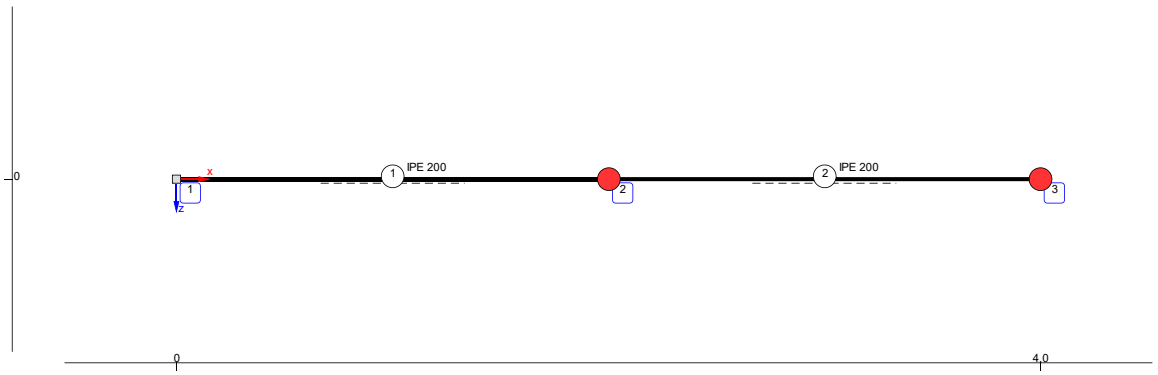




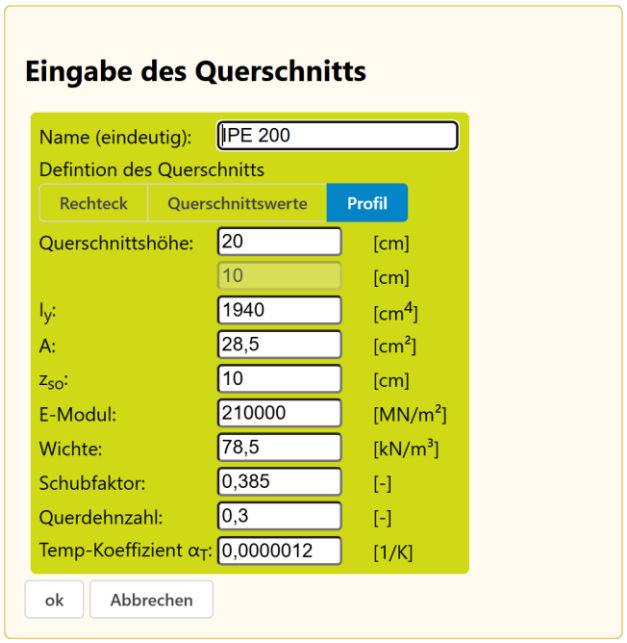


Dynamik, Kragarm mit 2 Knotenmassen

Der Kragarm ist links starr eingespannt. Die Masse des IPE200 wird als Elementmasse berücksichtigt (M=0,09 t). Zusätzlich gibt es 2 Knotenmassen.



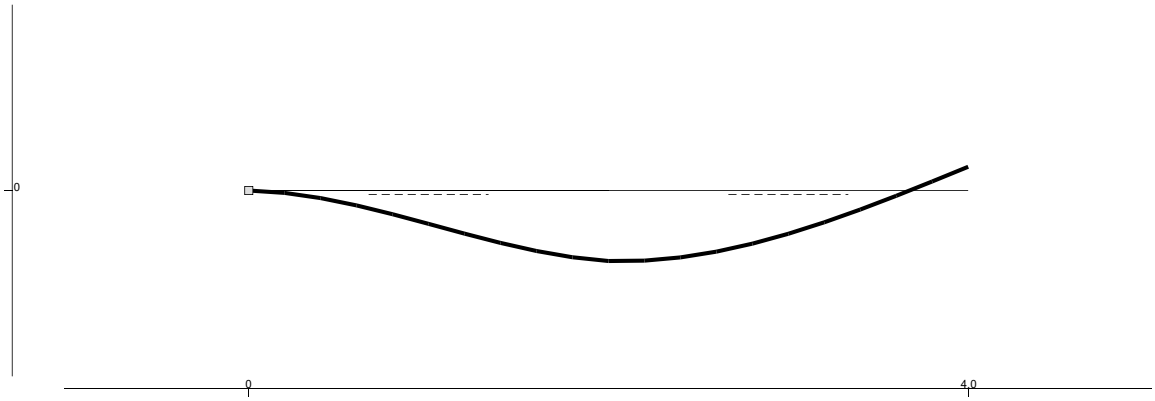
Eingabedaten



Tab „**Querschnitt**“

No	Knoten	M [t]	Θ_y [tm^2]
1	2	1,1	
2	3	1,1	

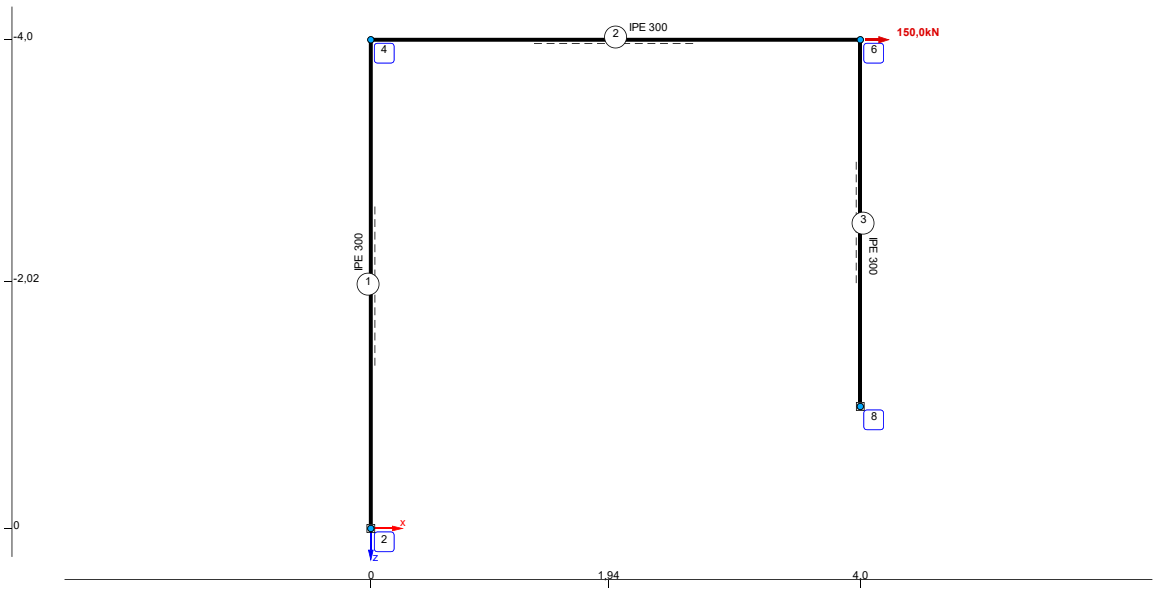
Tab „**Knotenmassen**“

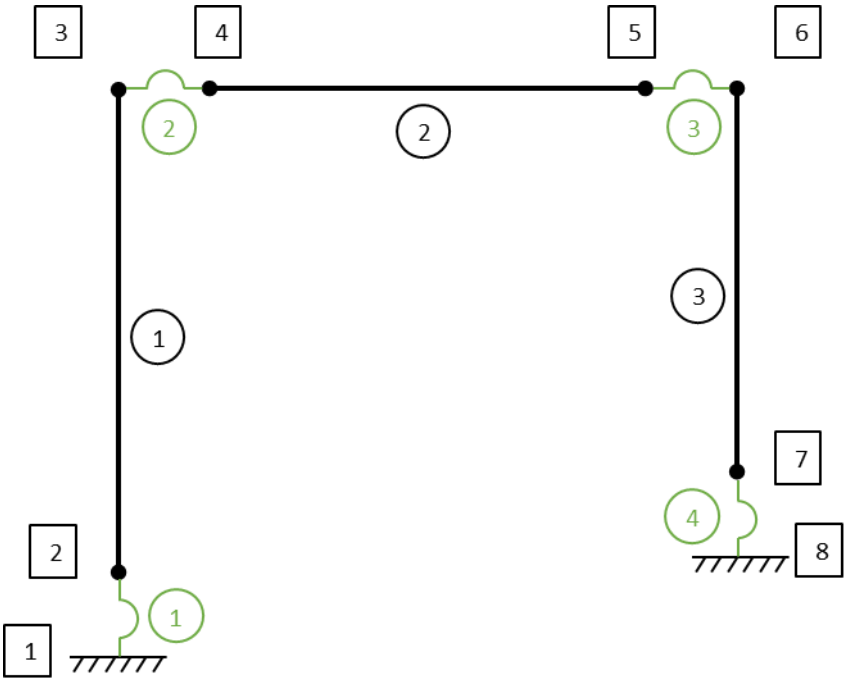


Tab „**Grafik**“, Ergebnis: 2. Eigenform, f=12,57 Hz

Rahmen mit elastisch-plastischen Koppelfedern

Der unten eingespannte Rahmen wird durch eine horizontale Einzellast belastet. Die Last wird in 4 Stufen gesteigert, bis sich 3 plastische Gelenke gebildet haben. Dazu werden 4 Kombinationen definiert.





Knoten- und Elementnummerierung

Die Koppelfeder hat einen Anfangs- und Endknoten, deren Abstand im Normalfall gleich null ist. Starre Verbindungen können durch sehr hohe Federsteifigkeiten erreicht werden. In den meisten Fällen ist ein Wert von 1E10 ein guter Startpunkt. Die Koppelfedern werden in der Grafik als blauer Kreis dargestellt. Wenn die Feder infolge der Belastung die Fließgrenze erreicht hat, dann wird der Kreis rot dargestellt.

Eingabedaten

Berechnungsart:	statisch
Berechnung nach:	Th. I. Ordnung
Materialeigenschaften:	nichtlinear

No	x [m]	z [m]	L_x (kN/m)	L_z (kN/m)	L_φ (kNm/rad)	Winkel [°]
1			1	1	1	
2						
3		-4				
4		-4				
5	4	-4				
6	4	-4				
7	4	-1				
8	4	-1	1	1	1	

Tab „**Knotenkoordinaten**“

No	Querschnitt	Typ	nod a	nod e	N_a	V_a	M_a	N_e	V_e	M_e	starr a [m]	starr e [m]	k_b [kN/m²]
1	IPE 300		2	3									
2	IPE 300		4	5									
3	IPE 300		6	7									

Tab „**Elemente**“

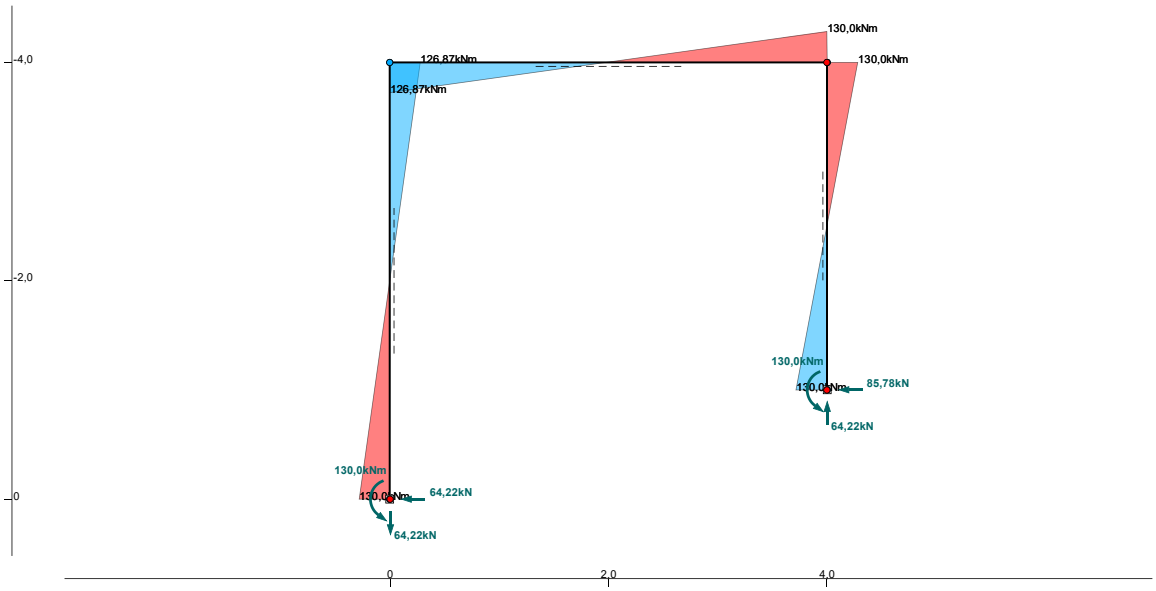
No	nod a	nod e	k_x [kN/m]	$f_{x.plast}$ [kN]	k_z [kN/m]	$f_{z.plast}$ [kN]	k_φ [kNm/rad]	$m_{\varphi.plast}$ [kNm]
1	1	2	1e10		1e10		1e10	130
2	3	4	1e10		1e10		1e10	130
3	5	6	1e10		1e10		1e10	130
4	7	8	1e10		1e10		1e10	130

Tab „**Elemente**“, Tabelle **Koppelfedern**

Kombi	Kommentar	Lf 1
1	Laststufe 1	1
2	Laststufe 2	1,3
3	Laststufe 3	1,4
4	Laststufe 4	1,5

Tab „**Kombinationen**“

Ergebnisse



Momentenlinie in Kombination (Laststufe) 4

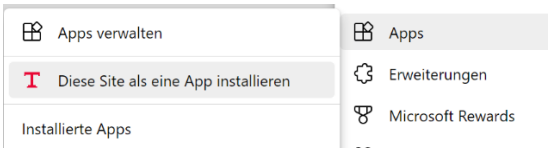
Installation

Diese Anwendung ist als Webanwendung (Progressive Web App, kurz PWA) programmiert, so dass sie unter allen Betriebssystemen auf dem Desktop installiert werden kann. Dafür wird auf dem Desktop ein Icon erstellt. Damit verhält sich die App wie eine aus einem Store installierte App. D2beam wird natürlich weiterhin im installierten Browser ausgeführt, allerdings ohne Bedienelemente wie zum Beispiel die Adressleiste. Die Installation unterscheidet sich je nach Betriebssystem, -version und Browser.

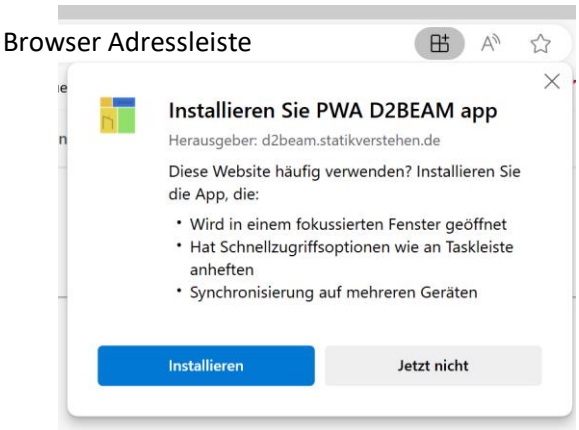
Nachdem d2beam erstmalig im Browser gestartet wurde, wählt man unter Android im Chrome Browser rechts oben aus dem Anwendungsmenü (Drei-Punkte-Menü) die Option 'App installieren'. Ein Dialog erscheint, der zu bestätigen ist. Danach kann der Browser geschlossen werden. Auf dem Desktop gibt es jetzt ein neues Icon mit Namen d2beam.

Für die Installation unter iOS ist der Safari Browser zu verwenden. Hier heißt der Befehl 'Zum Home-Bildschirm' mit einem Addieren-Symbol

Die Installation unter Microsoft Windows ist ähnlich der Installation unter Android. Im Edge Browser steht folgender Abschnitt im Anwendungsmenü (Drei-Punkte-Menü)



Bei neueren Chrome Versionen werden Sie unter Umständen direkt gefragt, ob eine Installation gewünscht wird, siehe Symbol rechts in der Adressleiste:



Der Firefox Browser unterstützt die Installation zurzeit noch nicht.

Unter den PC-Betriebssystemen Microsoft Windows und Linux kann alternativ mit der F11-Taste in den Vollbildmodus umgeschaltet werden.

Eine Deinstallation erfolgt durch einfaches Löschen des Icons auf dem Desktop oder unter Windows in Apps und Features wie gewöhnliche native Programme.

Fragen und Antworten

1) Frage: Ich habe einige Knoten zu viel eingegeben, die ich jetzt nicht mehr brauche.
   Antwort: Das macht nichts. Knoten, an denen keine Elemente 'hängen', werden ignoriert.
2) Frage: Ich habe einige Elemente eingegeben, die ich jetzt nicht mehr brauche. Muss ich sie löschen?
   Antwort: Gib für den Elementtyp die Zahl -1 ein, dann wird das Element mit allen zugehörigen Elementlasten bei der Berechnung nicht verwendet. Bei den Elementlasten muss nichts geändert werden.

Literatur

[1] Klaus Knothe, Heribert Wessels: Finite Elemente, 5. Auflage, Springer Vieweg Verlag 2017

[2] Horst Werkle: Finite Elemente in der Baustatik, 4.Auflage, Springer Vieweg Verlag 2021

[3] Raimond Dallmann: Baustatik 3, 3. Auflage, Hanser Verlag 2023

[4] Matthias Kraus, Rolf Kindmann: Finite-Elemente-Methoden im Stahlbau, 2.Auflage, Ernst & Sohn 2020